d 160 000 exemplaren per 5 km^2 geeft $P = \frac{160\,000}{5} = 32\,000$.

Hieruit volgt $800 \cdot l^{-2,25} = 32\,000$

$l^{-2,25} = 40$

$l = 40^{\frac{1}{-2,25}}$

$l \approx 0,194$

De gemiddelde lengte is dus ongeveer 19 cm.

Bladzijde 197

22 **a** $l = 8,6$ geeft $v = 4,8\sqrt{8,6} \approx 14,08$ km/uur

$l = 5,8$ geeft $v = 4,8\sqrt{5,8} \approx 11,56$ km/uur

Dat is dus $\frac{14,08 - 11,56}{11,56} \times 100\% \approx 21,8\%$ meer.

b Bij schip II is $v = 4,8\sqrt{l_{II}}$, dus bij schip I is $v = 4,8\sqrt{2l_{II}} = 4,8 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{l_{II}}$.

De rompsnelheid bij schip I is $\sqrt{2} \approx 1,4$ keer zo groot als bij schip II.

c $4,8\sqrt{l} = 24$

$\sqrt{l} = 5$

$l = 25$

De lengte van de waterlijn is 25 meter.

d $4,8\sqrt{l} = 10$ $\quad 4,8\sqrt{l} = 20$

$\sqrt{l} = \frac{10}{4,8}$ $\quad \sqrt{l} = \frac{20}{4,8}$

$l \approx 4,3$ $\quad l \approx 17,4$

De waterlijn heeft een lengte tussen 4,3 en 17,4 meter.

7 Kansrekening

23 **a** $P(\text{geen 15-jarigen}) = \frac{\binom{36+12+8}{4}}{\binom{20+36+12+8}{4}} = \frac{\binom{56}{4}}{\binom{76}{4}} \approx 0,286$

b $P(\text{twee 15-jarigen}) = \frac{\binom{20}{2} \cdot \binom{56}{2}}{\binom{76}{4}} \approx 0,228$

c $P(\text{drie dezelfde leeftijden}) =$

$P(\text{drie 15-jarigen}) + P(\text{drie 16-jarigen}) + P(\text{drie 17-jarigen}) + P(\text{drie 18-jarigen}) =$

$$\frac{\binom{20}{3} \cdot \binom{56}{1}}{\binom{76}{4}} + \frac{\binom{36}{3} \cdot \binom{20+12+8}{1}}{\binom{76}{4}} + \frac{\binom{12}{3} \cdot \binom{20+36+8}{1}}{\binom{76}{4}} + \frac{\binom{8}{3} \cdot \binom{20+36+12}{1}}{\binom{76}{4}} =$$

$$\frac{\binom{20}{3} \cdot 56 + \binom{36}{3} \cdot 40 + \binom{12}{3} \cdot 64 + \binom{8}{3} \cdot 68}{\binom{76}{4}} \approx 0,286$$

d $P(\text{hoogstens 3 van 15 of 16 jaar}) = 1 - P(4) = 1 - \frac{\binom{20+36}{4}}{\binom{76}{4}} = 1 - \frac{\binom{56}{4}}{\binom{76}{4}} \approx 0,714$

24 a $P(\text{geen prijs}) = \dfrac{\binom{55}{5}}{\binom{65}{6}} \approx 0{,}421$

b $P(\text{minstens €10}) = 1 - P(\text{hoogstens €5}) = 1 - P(\text{geen prijs}) - P(\text{1 derde prijs}) =$

$1 - \dfrac{\binom{55}{5}}{\binom{65}{5}} - \dfrac{\binom{6}{1} \cdot \binom{55}{4}}{\binom{65}{5}} \approx 0{,}331$

c $P(\text{1 tweede prijs en 1 derde prijs en verder niets}) = \dfrac{\binom{3}{1} \cdot \binom{6}{1} \cdot \binom{55}{3}}{\binom{65}{5}} \approx 0{,}057$

d $P(\text{2 prijzen}) = \dfrac{\binom{10}{2} \cdot \binom{55}{3}}{\binom{65}{5}} \approx 0{,}143$

Bladzijde 198

25 a $P(\text{5 meisjes met minder dan 150 euro}) = \dfrac{\binom{36}{5} \cdot \binom{84}{7}}{\binom{120}{12}} \approx 0{,}162$

b $P(\text{8 meisjes en 4 jongens}) = \dfrac{\binom{68}{8} \cdot \binom{52}{4}}{\binom{120}{12}} \approx 0{,}190$

c $P(\text{5 meisjes met 150 euro of meer en niemand met minder dan 120 euro}) = \dfrac{\binom{32}{5} \cdot \binom{65}{7}}{\binom{120}{12}} \approx 0{,}013$

d $P(\text{minstens 3 minstens 150 euro}) = 1 - P(0) - P(1) - P(2) = 1 - \dfrac{\binom{70}{12}}{\binom{120}{12}} - \dfrac{\binom{50}{1} \cdot \binom{70}{11}}{\binom{120}{12}} - \dfrac{\binom{50}{2} \cdot \binom{70}{10}}{\binom{120}{12}} \approx 0{,}943$

e $P(\text{6 jongens en 4, 5 of 6 meisjes 120 − < 180 euro}) = \dfrac{\binom{52}{6} \cdot \left(\binom{48}{4} \cdot \binom{20}{2} + \binom{48}{5} \cdot \binom{20}{1} + \binom{48}{6}\right)}{\binom{120}{12}} \approx 0{,}161$

26 a $P(\text{minstens 1 sleutelhanger}) = 1 - P(\text{geen sleutelhanger}) = 1 - \dfrac{\binom{77}{6}}{\binom{120}{6}} \approx 0{,}935$

b $P(\text{minstens 5 sleutelhangers}) = P(5) + P(6) = \dfrac{\binom{43}{5} \cdot \binom{77}{1}}{\binom{120}{6}} + \dfrac{\binom{43}{6}}{\binom{120}{6}} \approx 0{,}022$

c $P(\text{3 sleutelhangers en geen speelgoedautootje}) = \dfrac{\binom{43}{3} \cdot \binom{15+33}{3}}{\binom{120}{6}} = \dfrac{\binom{43}{3} \cdot \binom{48}{3}}{\binom{120}{6}} \approx 0{,}058$

© Noordhoff Uitgevers bv

a P(alle automobilisten houden zich aan de maximumsnelheid) $= 0{,}68^{10} \approx 0{,}021$

b P(meer dan 70 km per uur) $= \frac{1}{4} \cdot 0{,}32 = 0{,}08$

De gevraagde kans is $\binom{10}{7} \cdot \binom{3}{1} \cdot 0{,}68^7 \cdot 0{,}08 \cdot 0{,}24^2 \approx 0{,}112$.

c P(minstens 2 te hard) $= 1 - P$(0 of 1 te hard) $= 1 - P(0) - P(1) = 1 - 0{,}68^{10} - \binom{10}{1} \cdot 0{,}32 \cdot 0{,}68^9 \approx 0{,}879$

Bladzijde 199

a $P(X = 100) = P(333) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{120} \approx 0{,}008$

b $P(X = 20) = P(444) = \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{6} = \frac{4}{120}$

$P(X = 5) = P(555) = \frac{2}{4} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{6} = \frac{12}{120}$

$P(X = 0) = 1 - P(X = 100) - P(X = 20) - P(X = 5) = 1 - \frac{1}{120} - \frac{4}{120} - \frac{12}{120} = \frac{103}{120}$

x	0	5	20	100
$P(X = x)$	$\frac{103}{120}$	$\frac{12}{120}$	$\frac{4}{120}$	$\frac{1}{120}$

c $P(Y = 10) = P(334) + P(343) + P(433) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{6} + \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{6} \approx 0{,}042$

d P(2 keer een 3) $= P(33\not{3}) + P(3\not{3}3) + P(\not{3}33) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{5}{6} + \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{6} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{6} = 0{,}1$

P(elke keer 2 keer het cijfer 3) $= 0{,}1^4 = 0{,}0001$

e P(hoofdprijs) $= \frac{1}{120}$ en P(geen hoofdprijs) $= \frac{119}{120}$

P(acht of negen keer spelen) $= P$(acht keer spelen) $+ P$(negen keer spelen) $= \left(\frac{119}{120}\right)^7 \cdot \frac{1}{120} + \left(\frac{119}{120}\right)^8 \cdot \frac{1}{120} \approx 0{,}016$

f Jantine speelt het spel n keer.

P(minstens één keer de hoofdprijs) $= 1 - P$(n keer niet de hoofdprijs) $= 1 - \left(\frac{119}{120}\right)^n$

Voer in $y_1 = 1 - \left(\frac{119}{120}\right)^x$ en kijk in de tabel wanneer y_1 voor het eerst groter is dan 0,3.

$x = 42$ geeft $y_1 \approx 0{,}296$

$x = 43$ geeft $y_1 \approx 0{,}302$

Jantine moet minstens 43 keer spelen.

a De kans op een witte aster is $1 - 0{,}3 - 0{,}5 = 0{,}2$, dus P(geen enkele witte) $= 0{,}8^{10} \approx 0{,}107$.

b P(6 paarse en 4 witte) $= \binom{10}{6} \cdot 0{,}5^6 \cdot 0{,}2^4 \approx 0{,}005$

c P(minstens twee rode) $= 1 - P$(geen rode of één rode) $= 1 - P$(geen rode) $- P$(één rode) $=$

$1 - 0{,}7^{10} - \binom{10}{1} \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}7^9 \approx 0{,}851$

d P(hoogstens 2 rode en 1 witte) $= P$(0 rood en 1 wit) $+ P$(1 rood en 1 wit) $+ P$(2 rood en 1 wit) $=$

$\binom{10}{1} \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}5^9 + \binom{10}{1} \cdot \binom{9}{1} \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}5^8 + \binom{10}{2} \cdot \binom{8}{1} \cdot 0{,}3^2 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}5^7 \approx 0{,}076$

a P(twee of drie juist) $= P$(twee juist) $+ P$(drie juist) $= \binom{18}{2} \cdot 0{,}25^2 \cdot 0{,}75^{16} + \binom{18}{3} \cdot 0{,}25^3 \cdot 0{,}75^{15} \approx 0{,}266$

b Van de 13 vragen die hij moet gokken, heeft hij dan minder dan 3, dus 0 of 1 of 2 goed.

P(0 of 1 of 2 goed) $= P$(0 goed) $+ P$(1 goed) $+ P$(2 goed) $=$

$0{,}75^{13} + \binom{13}{1} \cdot 0{,}25 \cdot 0{,}75^{12} + \binom{13}{2} \cdot 0{,}25^2 \cdot 0{,}75^{11} \approx 0{,}333$

c P(hoogstens 12 goed) $= P$(0 of 1 of 2 goed geraden) $= P$(0 goed) $+ P$(1 goed) $+ P$(2 goed) $=$

$0{,}75^8 + \binom{8}{1} \cdot 0{,}25 \cdot 0{,}75^7 + \binom{8}{2} \cdot 0{,}25^2 \cdot 0{,}75^6 \approx 0{,}679$

Bladzijde 200

31 **a** $P(\text{3 rode en 3 blauwe}) = \binom{6}{3} \cdot \left(\frac{5}{12}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{12}\right)^3 \approx 0{,}023$

b $P(\text{geen enkele rode in één greep}) = \dfrac{\binom{5}{0} \cdot \binom{7}{3}}{\binom{12}{3}} = \dfrac{7}{44}$

$P(\text{twee van de zes keer geen enkele rode}) = \binom{6}{2} \cdot \left(\frac{7}{44}\right)^2 \cdot \left(\frac{37}{44}\right)^4 \approx 0{,}190$

c P(evenveel witte als blauwe blijven achter) = P(één witte meer dan blauwe pakken) =

$P(\text{1 witte en 3 rode}) + P(\text{2 witte, 1 blauwe en 1 rode}) = \dfrac{\binom{4}{1} \cdot \binom{5}{3}}{\binom{12}{4}} + \dfrac{\binom{4}{2} \cdot \binom{3}{1} \cdot \binom{5}{1}}{\binom{12}{4}} \approx 0{,}263$

32 **a** Ja, als de een bloedgroep A heeft en de ander bloedgroep B.

b $P(\text{dezelfde bloedgroep}) = P(00) + P(AA) + P(BB) + P(AB,AB) =$
$0{,}46^2 + 0{,}43^2 + 0{,}08^2 + 0{,}03^2 = 0{,}4038$

Bladzijde 201

c $P(\text{tenminste één met 0}) = 1 - P(\text{niemand met 0}) = 1 - 0{,}54^{12} \approx 0{,}9994$

d $P(\text{dezelfde resusfactor}) = 0{,}85^2 + 0{,}15^2 = 0{,}745$
$P(\text{dezelfde bloedgroep én dezelfde resusfactor}) = 0{,}4038 \cdot 0{,}745 \approx 0{,}301$

33 **a** In een uitdeelzak zitten $14 \cdot 20 = 280$ J&J's.
20% van 280 is 56
$P(\text{56 rood}) = \binom{280}{56} \cdot 0{,}2^{56} \cdot 0{,}8^{224} \approx 0{,}060$

b Je verwacht $0{,}3 \cdot 280 = 84$ bruine J&J's.
$P(\text{84 bruin}) = \binom{280}{84} \cdot 0{,}3^{84} \cdot 0{,}7^{196} \approx 0{,}052$

c $P(\text{minstens 3 blauwe}) = 1 - P(0) - P(1) - P(2) = 1 - 0{,}9^{20} - \binom{20}{1} \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}9^{19} - \binom{20}{2} \cdot 0{,}1^2 \cdot 0{,}9^{18} = 0{,}323...$
Dus naar verwachting $14 \cdot 0{,}323... \approx 4{,}52$, dus 5 zakjes.

34 **a** $P(\text{2 plaatsen leeg}) = \dfrac{\binom{24}{2} \cdot \binom{6}{2}}{\binom{30}{6}} \approx 0{,}268$

alternatief

$P(\text{2 plaatsen leeg}) = \dfrac{\binom{24}{20} \cdot \binom{6}{4}}{\binom{30}{24}} \approx 0{,}286$

b $P(\text{kano 1 en 2 geheel vol}) = \dfrac{\binom{24}{12}}{\binom{30}{12}} \approx 0{,}031$

alternatief

$P(\text{kano 1 en 2 geheel vol}) = \dfrac{\binom{18}{12}}{\binom{30}{24}} \approx 0{,}031$

© Noordhoff Uitgevers

Bladzijde 202

a $P(\text{alle planten links besmet en rechts niet}) = 0{,}3^5 \cdot 0{,}7^5 \approx 0{,}0004$

b $P(\text{12 of 13 besmet}) = P(\text{12 besmet}) + P(\text{13 besmet}) = \binom{40}{12} \cdot 0{,}3^{12} \cdot 0{,}7^{28} + \binom{40}{13} \cdot 0{,}3^{13} \cdot 0{,}7^{27} \approx 0{,}263$

c Stel hij begint met n gezonde planten.
$P(\text{minstens één onbesmet}) = 1 - P(\text{geen onbesmet}) = 1 - 0{,}3^n$
Er moet gelden $1 - 0{,}3^n > 0{,}99$.
Voer in $y_1 = 1 - 0{,}3^x$.
Uit de tabel volgt
$x = 3$ geeft $y_1 = 0{,}973$
$x = 4$ geeft $y_2 = 0{,}9919$.
Dus met minimaal 4 planten beginnen.

d $P(\text{een plant is na twee dagen niet besmet}) = 0{,}7^2 = 0{,}49$
$P(\text{alle planten na twee dagen niet besmet}) = 0{,}49^{40} \approx 4{,}1 \cdot 10^{-13}$
Deze kans is kleiner dan een miljardste $= 10^{-9}$.

e De kans dat een plant na drie dagen niet besmet is, is $0{,}7^3 = 0{,}343$,
dus de kans dat een plant na drie dagen wel besmet is, is $1 - 0{,}343 = 0{,}657$.
$P(X = 0) = 0{,}343^2 \approx 0{,}118$
$P(X = 1) = 2 \cdot 0{,}343 \cdot 0{,}657 \approx 0{,}451$
$P(X = 2) = 0{,}657^2 \approx 0{,}432$

x	0	1	2
$P(X = x)$	0,118	0,451	0,432